:

NOMBRE:

NOTA…………

PRIMER PARCIAL(30/10/2013) PARTE 1

1. *(0,6)*Calculad la base usual del subespacio $S = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\-4\\5\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\-1\\1\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\-1\\5\\-5\end{pmatrix}\right\}$:

SOLUCIÓN: Con los tres vectores construimos la matriz que los tiene dispuestos en fila y calculamos la forma canónica de la misma. Las filas de ésta última nos da la base usual pedida.

$$A = \begin{pmatrix}1 & 1 & -4 & 5\\0 & -1 & 1 & -1\\0 & -1 & 5 & -5\end{pmatrix} \underset{E_{12}}{\sim}(1) \begin{pmatrix}1 & 0 & -3 & 4\\0 & -1 & 1 & -1\\0 & -1 & 5 & -5\end{pmatrix} \underset{E_{32}}{\sim}(-1) \begin{pmatrix}1 & 0 & -3 & 4\\0 & -1 & 1 & -1\\0 & 0 & 4 & -4\end{pmatrix} \underset{E_{2}}{\sim}(-1) \begin{pmatrix}1 & 0 & -3 & 4\\0 & 1 & -1 & 1\\0 & 0 & 4 & -4\end{pmatrix} \underset{E_{3}}{\sim}(1/4)$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & -3 & 4\\0 & 1 & -1 & 1\\0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \underset{E_{13}}{\sim}(3) \underset{E_{23}}{\sim}(1) \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} = Can(A).$$ Con lo que $B_u(S) = \left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\\-1\end{pmatrix}\right\}$

2. *(0,3)*Verificad que el conjunto S={(x,y,z):x-1$\geq$0} **no** es un s.e.v. de [R^3

SOLUCIÓN: No lo es ya que $\vec{0} \notin S$

3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix}1 & 1 & -4 & 5\\0 & -1 & 1 & -1\\0 & -1 & 5 & -5\end{pmatrix}$ calculad la *(0,3)*dimensión del subespacio col(A) y *(0,3)*la base usual de dicho subespacio:

SOLUCIÓN:

$$\text{dim(col(A))= rg(A)= rg } A = \begin{pmatrix}1 & 1 & -4 & 5\\0 & -1 & 1 & -1\\0 & -1 & 5 & -5\end{pmatrix} = 3$$

y como el único subespacio de dimensión tres de $\mathbb{R}^3$ es el propio $\mathbb{R}^3$, será B_u(col(A))=$B_C(\mathbb{R}^3)$=$\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

4. *(0,6)*Dado el subespacio $S = \mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\0\\-2\end{pmatrix}\right\}$determinad otro subespacio T, de manera que $S \oplus T = \mathbb{R}^3$

SOLUCIÓN: El subespacio dado es una recta, por lo tanto , buscamos cualquier plano que no incluya a la recta dada . Nos vale, por ejemplo el plano que tiene a la recta dada como normal al mismo. La ecuación implícita del plano será entonces $x + z = 0$

5. *(0,3)*En el espacio vectorial $\wp_2[x]$, de polinomios de grado menor o igual que dos , las coordenadas de $P(x) = -3x^2 + 2x - 1$con respecto a la base canónica $B(\wp_2[x]) = \{x^2, x, 1\}, son$

SOLUCIÓN: $P(x) = \begin{pmatrix}-3\\2\\-1\end{pmatrix}$

6. Dadas las bases de $\mathbb{R}^2$ $B(\mathbb{R}^2) = \left\{\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}\right\}$, $B^*(\mathbb{R}^2) = \left\{\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}\right\}$Calculad *(0,5)*las ecuaciones del cambio de base de $B(\mathbb{R}^2)$ a $B^*(\mathbb{R}^2)$. Si $\vec{w} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}_B$, ¿ *(0,3)*Cuáles son sus coordenadas con respecto a $B^*(\mathbb{R}^2)$.

SOLUCIÓN:

$$\mathrm{C}(B, B^*) \approx \left[\begin{array}{cc|cc}-1 & 2 & -1 & 2\\2 & -5 & 0 & 1\end{array}\right] \underset{E_{21}}{\sim}(2) \left[\begin{array}{cc|cc}-1 & 2 & -1 & 2\\0 & -1 & -2 & 5\end{array}\right] \underset{E_{12}}{\sim}(2) \left[\begin{array}{cc|cc}-1 & 0 & -5 & 12\\0 & -1 & -2 & 5\end{array}\right]$$

Entonces $\mathrm{C}(B, B^*) = \begin{pmatrix}5 & -12\\2 & -5\end{pmatrix}$ y las ecuaciones pedidas son $\overrightarrow{y_{B^*}} = \mathrm{C}(B, B^*)\overrightarrow{x_B}$. Entonces $\overrightarrow{w_{B^*}} = \mathrm{C}(B, B^*)\overrightarrow{w_B}$=$\begin{pmatrix}5 & -12\\2 & -5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-12\\-5\end{pmatrix}_{B^*}$.

OBSERVACIONES: No se permite el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos
Las contestaciones hay que desarrollarlas en este cuestionario
Para realizar esta parte del examen disponen de una hora.

NOTA…………

7. Dados los subespacios $S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\-1\\5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\-2\\3\end{pmatrix}\right\}$ y $T\equiv x+y+z=0.$, se pide:

a) *(0,4)*dad las dimensiones de ambos: **dim(S)= 2** **dim(T)= 3**

b) *(0,6)*Obtened una base del subespacio <u>suma</u> de ambos:

SOLUCIÓN:

Cómo vemos S es un subespacio de dimensión dos , la dimensión de T es tres y los vectores dados (l.i.) verifican las ecuaciones de T. Por lo tanto $S+T=T$. De sus ec. Implícitas obtenemos las paramétricas del mismo

$$\begin{cases}x=-\alpha-\beta\\ y=\alpha\\ z=\beta\\ t=\gamma\end{cases}$$

Y, de éstas la base del subespacio $B(S+T)=\left\{\begin{pmatrix}-1\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

8. *(0,6)*Calculad las ecuaciones implícitas del complemento ortogonal del subespacio

$$S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\-4\\5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\-1\\1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\-1\\5\\-5\end{pmatrix}\right\}\textit{(ver ej. 1)}$$

SOLUCIÓN:

La base usual del subespacio es

$B^U(S)=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\-1\end{pmatrix}\right\}$Entonces cualquier vector del c. o. $\vec{v}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}$será ortogonal a los de la base dada.

Por lo cual las ecuaciones del c.o. son $\begin{cases}x+t=0\\ y=0\\ z-t=0\end{cases}$

9. *(0,6)*Convertid en ortogonal la base siguiente del subespacio $W, B(W)=\left\{\vec{w}_1=\begin{pmatrix}-1\\0\\-2\\1\end{pmatrix},\vec{w}_2=\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\\0\end{pmatrix}\right\}$

SOLUCIÓN: Aplicando G-S s obtiene: $\vec{o}_1=\vec{w}_{1,}, \vec{o}_2=\vec{w}_2-\frac{\langle\vec{w}_2,\vec{o}_1\rangle}{\|\vec{o}_1\|^2}\vec{o}_1=\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\\0\end{pmatrix}-\frac{2}{6}\begin{pmatrix}-1\\0\\-2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0+\frac{1}{3}\\-1\\-1+\frac{2}{3}\\0-\frac{1}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\-1\\-\frac{1}{3}\\-\frac{1}{3}\end{pmatrix}$

$$B^{ORTG}(W)=\left\{\begin{pmatrix}-1\\0\\-2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\-1\\-\frac{1}{3}\\-\frac{1}{3}\end{pmatrix}\right\}$$

10. *(0,6)*Calculad la proyección del vector $\vec{v}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\\0\end{pmatrix}$ sobre el subespacio W del ejercicio anterior

SOLUCIÓN:. Una base ortogonal del mismo sería

OBSERVACIONES: No se permite el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos
Las contestaciones hay que desarrollarlas en este cuestionario
Para realizar esta parte del examen disponen de una hora.

:

NOMBRE:

NOTA…………

$$B^{ORTG}(W) = \left\{ \vec{o}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{o}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -1 \\ -\frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} \end{pmatrix} \right\}$$

Calculamos entonces los productos escalares y normas que intervienen en la fórmula de la proyección: $\langle \vec{v}, \vec{o}_1 \rangle = -1, \langle \vec{v}, \vec{o}_2 \rangle = \frac{1}{3}, \|\vec{o}_1\|^2 = 6, \|\vec{o}_2\|^2 = \frac{4}{3}$

El vector proyección será, $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \frac{-1}{6}\vec{o}_1 + \frac{1}{4}\vec{o}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} \\ 0 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{6} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \\ \frac{-1}{4} \\ \frac{-1}{12} \\ \frac{-1}{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{4} \end{pmatrix}$

OBSERVACIONES: No se permite el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos
Las contestaciones hay que desarrollarlas en este cuestionario
Para realizar esta parte del examen disponen de una hora.

:

NOMBRE:

NOTA…………

Problema1:(*2 ptos total.*)

En el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$se consideran los subespacios siguientes:

$$S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix}\right\} \text{ y } T=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\0\\2\end{pmatrix}\right\}.$$

Con estos datos, se pide:

a) *(0.6 ptos.)*Calculad una base de cada uno y especificar sus dimensiones respectivas.

b) *(0.6 ptos.)*Obtened las ecuaciones implícitas del subespacio $S\bigcap T$.

c) *(0.2 ptos.)*Calculad las ecuaciones paramétricas e implícitas del subespacio $S+T$.

d) *(0.6 ptos.)*Obtened las ecuaciones implícitas del complemento ortogonal de S, $S^{\perp}$.

SOLUCIÓN:

a) B(S)=$\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$, dim(S)=3 B(T)=$\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\0\\2\end{pmatrix}\right\}$, dim(T)=2.

b) Como rg$\begin{pmatrix}0100\\0001\\1111\\1212\\1011\\2002\end{pmatrix}=4\Rightarrow S\bigcap T\neq\{\underline{0}\},\dim(S\bigcap T)=1$

$$\begin{pmatrix}0100\\0001\\1111\\1212\\1011\\2002\end{pmatrix}\underset{E_{13}}{\sim}\begin{pmatrix}1111\\0001\\0100\\1212\\1011\\2002\end{pmatrix}\underset{\substack{E_{41}(-1),E_{51}(-1)\\,E_{61}(-2)}}{\sim}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&1&0&1\\0&-1&0&0\\0&-2&-2&0\end{pmatrix}\underset{E_{23}}{\sim}\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&1\\0&-1&0&0\\0&-2&-2&0\end{pmatrix}\underset{\substack{E_{42}(-1),E_{52}(1)\\,E_{62}(2)}}{\sim}\begin{pmatrix}11&1&1\\01&0&0\\00&0&1\\00&0&1\\00&0&0\\00&-2&0\end{pmatrix}$$

$$\underset{E_{23}}{\sim}\begin{bmatrix}1&1&1&1\\0&1&0&0\\0&0&-2&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

B($S\bigcap T$)=$\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$ y sus e. i. son $\begin{cases}x=z\\x=t\\y=0\end{cases}$

c) Usando la fórmula de las dimensiones es: dim(S+T)=2+3-1=4, además

B(S+T)=$\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\-2\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}=B(\mathbb{R}^4)\Rightarrow\mathbb{R}^4$ =S+T las ecs. Param. Del s.e. S+T:≡ $\begin{cases}x=\alpha\\y=\beta\\z=\gamma\\t=\delta\end{cases}$.

d) B($S^{\perp}$) $=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\0\end{pmatrix}\right\}$, puesto que al obligar a que un vector genérico de $S^{\perp}$, $\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}$ sea ortogonal a los de la base de S , B(S)=$\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$, dicho vector se ve obligado a cumplir que $(0\quad 1\quad 0\quad 0)\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}=y=0$

$$(0\quad 0\quad 0\quad 1)\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}=t=0,\ (1\quad 1\quad 1\quad 1)\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}=x+y+z+t=0$$

las ecuaciones implícitas de dicho subespacio son, por lo tanto : $\begin{cases}x+z=0\\y=0\\t=0\end{cases}$, y la base es la expresada antes.

OBSERVACIONES: No se permite el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos
Las contestaciones hay que desarrollarlas en este cuestionario
Para realizar esta parte del examen disponen de una hora.

NOMBRE:

NOTA…………

Problema2: *(2 ptos total.)*

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}100\\110\\111\\111\end{pmatrix}$ y el vector $\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\1\\1\\0\end{pmatrix}$ se pide:

a) *(0,7)*Construid una base ORTONORMAL del subespacio asociado col(A). $B^{ORTN}(Col(A))=\{\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3\}$

b) *(0,7)*Hallad el vector Ps($\overrightarrow{v}$) proyecciòn ortogonal de $\vec{u}$ sobre el subespacio col(A).

c) Calculad *(0,3)*la distancia y *(0,3)*el ángulo entre el vector $\vec{v}$ y el subespacio col(A).

SOLUCIÓN:

a) mediante G-S se obtiene que la base pedida es

$$B^{ORTN}(Col(A))=\left\{\vec{n}_1=\begin{pmatrix}1/2\\1/2\\1/2\\1/2\end{pmatrix},\vec{n}_2=\begin{pmatrix}-3/\sqrt{12}\\1/\sqrt{12}\\1/\sqrt{12}\\1/\sqrt{12}\end{pmatrix},\vec{n}_3=\begin{pmatrix}0\\-2/\sqrt{6}\\1/\sqrt{6}\\1/\sqrt{6}\end{pmatrix}\right\}$$

b) Calculamos entonces los productos escalares y normas que intervienen en la fórmula de la proyección:

$\langle\vec{v},\vec{n}_1\rangle=2,\langle\vec{v},\vec{n}_2\rangle=-4/\sqrt{12},=-2/\sqrt{3},\langle\vec{v},\vec{n}_3\rangle=-1/\sqrt{6}.\ \|\vec{n}_1\|^2=\|\vec{n}_2\|^2=\|\vec{n}_3\|^2=1$

$$\vec{p}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}=2\vec{n}_1+-4/\sqrt{12}\,\vec{n}_2+-1/\sqrt{6}\,\vec{n}_3=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1\\\frac{-1}{3}\\\frac{-1}{3}\\\frac{-1}{3}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\\frac{1}{3}\\\frac{-1}{6}\\\frac{-1}{6}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

c) $\vec{v}-\vec{p}=\begin{pmatrix}2\\1\\1\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\1\\\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\\\frac{1}{2}\\\frac{-1}{2}\end{pmatrix}$. Entonces $d(\vec{v},Col(A))=\left\|\begin{pmatrix}2\\0\\\frac{1}{2}\\\frac{-1}{2}\end{pmatrix}\right\|=\sqrt{4+\frac{1}{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Para el ángulo usamos la fórmula $\cos\widehat{\vec{v},Col(A)}=\frac{\|\vec{p}\|}{\|\vec{v}\|}=\sqrt{\frac{3}{2}}:\sqrt{6}=\frac{1}{2}$. Por lo tanto el ángulo es $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

OBSERVACIONES: No se permite el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos
Las contestaciones hay que desarrollarlas en este cuestionario
Para realizar esta parte del examen disponen de una hora.

NOMBRE:

NOTA…………

Problema1:*(2 ptos total.)*

En el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$se consideran los subespacios siguientes:

$$S=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\-1\end{pmatrix}\right\} \text{ y } T=\mathcal{L}\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\0\\2\end{pmatrix}\right\}.$$

Con estos datos, se pide:

- **a)** *(0.5 ptos.)*Calcular una base de cada uno y especificar sus dimensiones respectivas.
- **b)** *(0.2 ptos.)*Obtener las ecuaciones implícitas del subespacio $S \cap T$.
- **c)** *(0.7 ptos.)*Calcular las ecuaciones paramétricas e implícitas del subespacio $S+T$.
- **d)** *(0.6 ptos.)*Obtener las ecuaciones implícitas del complemento ortogonal de S, $S^{\perp}$.

SOLUCIÓN:

a) B(S)=$\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\-1\end{pmatrix}\right\}$, dim(S)=2 B(T)= $\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$, dim(T)=1.

d) Como rg$\begin{bmatrix}0&1&0&1\\0&0&0&-1\\1&0&0&1\end{bmatrix}=3 \Rightarrow S\cap T=\{\underline{0}\}, \dim(S\cap T)=0$

e) Usando la fórmula de las dimensiones es: dim(S+T)=2+1-0=3, pues la intersección entre ambos es nula, además B(S+T)=$\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$ (Unimos las bases de ambos, por la misma razón).

De acuerdo con la base anterior planteamos las ecs. Param. Del s.e. S+T como: $\begin{cases}u=\gamma\\v=\alpha\\w=0\\r=\alpha-\beta+\gamma\end{cases}$.

Las implícitas (4-3=1 en total) se deducen inmediatamente de las anteriores w=0.

d) B($S^{\perp}$) $=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$, puesto que al obligar a que un vector genérico de $S^{\perp}$, $\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}$ sea ortogonal a los de la base de S , B(S)=$\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\-1\end{pmatrix}\right\}$, dicho vector se ve obligado a cumplir que $(0\quad 1\quad 0\quad 1)\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}=y+t=0$

$$(0\quad 0\quad 0\quad -1)\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}=-t=0$$

las ecuaciones implícitas de dicho subespacio son, por lo tanto : y=0, t=0, y la base es la expresada antes.

OBSERVACIONES: No se permite el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos
Las contestaciones hay que desarrollarlas en este cuestionario
Para realizar esta parte del examen disponen de una hora.

:

NOMBRE:

NOTA…………

Problema2:(*2 ptos total.*)

Calcular la matriz de cambio de base de B=$\left\{\begin{pmatrix}0\\1\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$ a B*==$\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\3\\-2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

SOLUCIÓN:

Disponemos ambas bases en la matriz

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & -1 & -1 & 0 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 0 & 1 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 1 & 4 & 1 & 0\end{array}\right) \underset{E_{21}(-1)E_{31}(-1)}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & -1 & -1 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 2 & 4 & -1 & -1\end{array}\right)$$

$$\underset{E_2(\frac{1}{4})}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & -1 & -1 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0\\ 0 & -1 & 2 & 4 & -1 & -1\end{array}\right) \underset{E_{12}(1)E_{32}(1)}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 2 & 1\\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{9}{4} & \frac{17}{4} & -1 & -1\end{array}\right)$$

$$\underset{E_{13}(\frac{1}{3})E_{23}(\frac{-1}{9})}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 0 & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} & \frac{2}{3}\\ 0 & 1 & 0 & \frac{-2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9}\\ 0 & 0 & \frac{9}{4} & \frac{17}{4} & -1 & -1\end{array}\right) \underset{E_3(\frac{4}{9})}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 0 & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} & \frac{2}{3}\\ 0 & 1 & 0 & \frac{-2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9}\\ 0 & 0 & 1 & \frac{17}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{4}{9}\end{array}\right)$$

$$Por\ lo\ que\ C(B,B*) = \begin{pmatrix}\frac{5}{3} & \frac{5}{3} & \frac{2}{3}\\ \frac{-2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9}\\ \frac{17}{9} & -\frac{4}{9} & -\frac{4}{9}\end{pmatrix}$$

OBSERVACIONES: No se permite el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos
Las contestaciones hay que desarrollarlas en este cuestionario
Para realizar esta parte del examen disponen de una hora.